平成２１年度推薦入学者選抜適性試験・解答例

$\boxed{\textbf{1}}$ 次の問いに答えなさい．

(1) 方程式 $x(x-2)=\dfrac{3}{2}x$ を解きなさい．

(2) 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=1 \\ 0.6x-0.7y=2 \end{cases}$ を解きなさい．

(3) 半径が $5\,\mathrm{cm}$，弧の長さが $6\,\mathrm{cm}$ の扇（おうぎ）形がある．この扇形の中心角はおよそ何度になるか．π を 3.14 とし，小数第 1 位を四捨五入して答えなさい．

(4) 縦横の長さがそれぞれ $a\,\mathrm{cm}$, $b\,\mathrm{cm}$（ただし，$a<b$）の長方形の紙を，長い方の辺を三つ折り（三等分）にしたら，元の長方形と相似になった．このとき，b は a の何倍になるか計算しなさい．

(5) $x=1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $y=1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$ のとき，$xy-y^2$ の値を求めなさい．

(6) $\sqrt{756n}$ が自然数になるような整数 n を小さい順に並べたとき，4 番目の値を求めなさい．

（解）

(1) 方程式を変形して，$x\left(x-2-\dfrac{3}{2}\right)=0$

すなわち，$x\left(x-\dfrac{7}{2}\right)=0$

よって，解は，$x=0\,,\ \dfrac{7}{2}$

(2) 連立方程式を変形すると，

$$\begin{cases} 2x+3y=6 & \cdots ① \\ 6x-7y=20 & \cdots ② \end{cases}$$

$3\times ① - ②$ を計算し，x を消去すると，$16y=-2$

よって，$y=-\dfrac{1}{8}$

これを ① に代入して，$2x=6-3y=6+\dfrac{3}{8}=\dfrac{51}{8}$

従って，$x=\dfrac{51}{16}$

まとめて，解は，$x=\dfrac{51}{16}\,,\ y=-\dfrac{1}{8}$

(3) 中心角を $x°$ とおくと，$10\pi\times\dfrac{x}{360}=6$ が成り立つ．

よって，$x=\dfrac{360\times 6}{10\pi}=\dfrac{36\times 6}{\pi}=\dfrac{216}{\pi}$

$\pi=3.14$ として計算すると，$x=68.7\cdots$

四捨五入して，中心角は，およそ $69°$

(4) 三つ折りにした長方形の縦横の長さは，$\dfrac{b}{3}\,\mathrm{cm}$, $a\,\mathrm{cm}$ で，相似だから，

$$a:b=\frac{b}{3}:a$$

よって，$a^2 = \dfrac{b^2}{3}$

従って，$b^2 = 3a^2$ が成り立ち，b は a の $\sqrt{3}$ 倍である．

(5) $xy - y^2 = y(x-y)$ と因数分解できる．

$x = 1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $y = 1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$ だから，$x - y = 2\sqrt{3}$

よって，$xy - y^2 = 2\sqrt{3}(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}) = 2(\sqrt{3}+\sqrt{6}-3)$

（結論が $2\sqrt{3}+2\sqrt{6}-6$ であっても良い）

(6) $\sqrt{756n} = \sqrt{2^2 \times 3^3 \times 7 \times n} = 6\sqrt{3 \times 7 \times n}$

よって，$\sqrt{756n}$ が自然数になるためには，$3 \times 7 \times n$ が完全平方になればよいので，

$n = 3 \times 7\,,\ 3 \times 7 \times 2^2\,,\ 3 \times 7 \times 3^2\,,\ 3 \times 7 \times 4^2\,, \cdots$

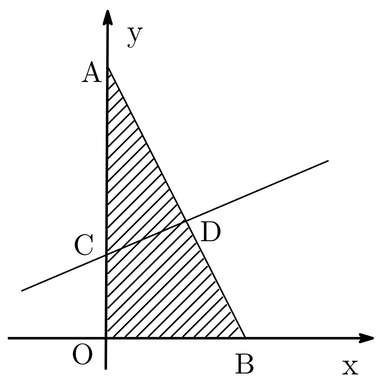
従って，求める値は，$n = 3 \times 7 \times 4^2 = 336$

$\boxed{\textbf{2}}$ 座標平面に 4 点 O(0 , 0) , A(0 , 10) , B(4 , 0) , C(0 , 3) を取り，△OAB の面積を 2 等分する直線を点 C から引いた．この直線と直線 AB との交点を D とおく．このとき，次の問いに答えなさい．

(1) 点 D の x 座標を求めなさい．

(2) 直線 AB の方程式を求めなさい．

(3) 点 D の y 座標を求めなさい．



(解) (1) △ABC の面積は，$\dfrac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20$ だから，△ACD の面積は 10 となる．

辺 AC を底辺と考えると，その長さは $10 - 3 = 7$ だから，高さが $10 \times \dfrac{2}{7} = \dfrac{20}{7}$ となる．

よって，点 D の x 座標は，$\dfrac{20}{7}$

(2) この直線の傾きは，$-\dfrac{10}{4} = -\dfrac{5}{2}$

点 A を通るので，この直線の方程式は，$y = -\dfrac{5}{2}x + 10$

(3) 求める y 座標は，$y = -\dfrac{5}{2}x + 10$ に $x = \dfrac{20}{7}$ を代入すればよい．

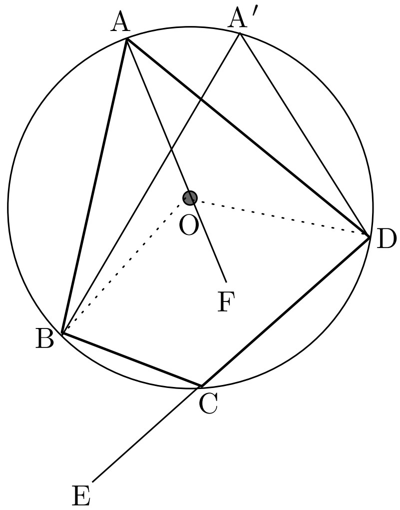
よって，$y = -\dfrac{5}{2} \times \dfrac{20}{7} + 10 = -\dfrac{50}{7} + 10 = \dfrac{-50+70}{7} = \dfrac{20}{7}$

$\boxed{\mathbf{3}}$ 図のように，円 O とその円周上に 5 点 A , B , C , D , A′ がある．さらに，線分 DC の延長線上に点 E を取る．このとき，次の問いに答えなさい．

(1) $\angle\mathrm{BOD} = 2\angle\mathrm{BAD}$ が成り立つこと（円周角の定理）を証明しなさい．なお，$\angle\mathrm{BOD}$ は円周角 $\angle\mathrm{BAD}$ と同じ弧に対する中心角とする．

(2) $\angle\mathrm{BAD} = \angle\mathrm{BA'D}$ が成り立つことを証明しなさい．

(3) $\angle\mathrm{BAD} = \angle\mathrm{BCE}$ が成り立つことを証明しなさい．



(解) (1) 図のように，直線 AO を引き，その延長線上に点 F を取る．このとき，

$$\angle\mathrm{BAO} + \angle\mathrm{ABO} = \angle\mathrm{BOF}$$

$\triangle\mathrm{ABO}$ は二等辺三角形だから，$\angle\mathrm{BAO} = \angle\mathrm{ABO}$

よって，$2\angle\mathrm{BAO} = \angle\mathrm{BOF}$

同様にして，$2\angle\mathrm{DAO} = \angle\mathrm{DOF}$

よって，$\angle\mathrm{BOD} = \angle\mathrm{BOF} + \angle\mathrm{DOF} = 2(\angle\mathrm{BAO} + \angle\mathrm{DAO}) = 2\angle\mathrm{BAD}$

(2) 前問で証明した手法を使えば，$\angle\mathrm{BOD} = 2\angle\mathrm{BA'D}$ が成り立つことが解る．

従って，$\angle\mathrm{BAD} = \angle\mathrm{BA'D}$ となる．

(3) $\angle\mathrm{BCE}$ は，$\triangle\mathrm{BCD}$ において，頂点 C の外角だから，

$$\angle\mathrm{CBD} + \angle\mathrm{BDC} = \angle\mathrm{BCE}$$

一方，同じ弧に対する円周角は等しいので，

$$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{BDC}\,,\ \angle\mathrm{CAD} = \angle\mathrm{CBD}$$

従って，$\angle\mathrm{BCE} = \angle\mathrm{CBD} + \angle\mathrm{BDC} = \angle\mathrm{CAD} + \angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{BAD}$

すなわち，$\angle\mathrm{BAD} = \angle\mathrm{BCE}$ が成り立つ．

$\boxed{\mathbf{4}}$ $\sqrt{7}$ を小数で表したとき，その値を小数第 3 位まで正確に知りたい．$2.64^2 = 6.9696$, $2.65^2 = 7.0225$ だから，$\sqrt{7} = 2.64\cdots$ になる．そこで，$\sqrt{7}$ を小数表現したときの小数第 3 位の数を n，さらに，小数第 3 位で打ち切った数を x とおいた．このとき，次の問いに答えなさい．

(1) $x = 2.64 + a$ と表すことが出来る．a を n を使って表しなさい．

(2) $x^2 - 7$ を n を使って表しなさい．

(3) n は $x^2 < 7$ が成り立つ最大数である．前問の結果を使って n の値を求めなさい．
なお，2.641^2 , 2.642^2 , 2.643^2 , $\cdots$ を直接計算して解答したものは評価しません．

(解) (1) $a = 0.001 \times n$（$a = \dfrac{n}{1000}$ でも可）

(2) $x^2 = 2.64^2 + 2 \times 2.64 \times 0.001 \times n + (0.001)^2 \times n^2 = 6.9696 + 0.00528 \times n + 0.000001 \times n^2$

よって，$x^2 - 7 = -0.0304 + 0.00528 \times n + 0.000001 \times n^2$

(3) $0.000001 \times 9^2 = 0.000081$ となるので，最後の項は考慮しなくても良い．

$0.00528 \times 5 = 0.0264$, $0.00528 \times 6 = 0.03168$ だから，$n = 5$ である．